

Eletrromagnetismo I - 2022/1

Lista 1: Revisão matemática

Os problemas indicados abaixo podem ser encontrados no livro-texto (Eletrodinâmica - David J. Griffiths, 3a ed. - Editora Pearson).

- **Seção 1.1 - Álgebra vetorial:** 1.4, 1.6, 1.8, 1.10
- **Seção 1.2 - Cálculo diferencial:** 1.13, 1.16, 1.20, 1.21, 1.26, 1.27
- **Seção 1.3 - Cálculo integral:** 1.29, 1.35
- **Seção 1.4 - Coordenadas curvilíneas:** 1.40, 1.42
- **Seção 1.5 - A função delta de Dirac:** 1.45, 1.46, 1.48
- **Seção 1.6 - A teoria dos campos vetoriais:** 1.49
- **Problemas adicionais:** 1.58, 1.60, 1.61, 1.62

Problema extra:

1. Vamos verificar uma parte do teorema de Helmholtz. Suponha que nós conhecemos a divergência e o rotacional de uma função vetorial $\vec{F}(\vec{r})$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}) = D(\vec{r}) \quad \text{e} \quad \vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) = \vec{C}(\vec{r})$$

Se as funções $D(\vec{r})$ e $\vec{C}(\vec{r})$ forem suficientemente rápido a zero no infinito, podemos determinar a função $\vec{F}(\vec{r})$ a partir delas. De fato, podemos escrever:

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}U(\vec{r}) + \vec{\nabla} \times \vec{W}(\vec{r})$$

onde:

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{D(\vec{r}')}{r} dV',$$

$$\vec{W}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{C}(\vec{r}')}{r} dV'$$

e $r = |\vec{r} - \vec{r}'|$. As integrais se estendem sobre todo o espaço.

(a) Mostre que esta forma de $\vec{F}(\vec{r})$ satisfaz a equação para a divergência.

E a equação para o rotacional? Esta é um pouco mais complicada de verificar, mas também é satisfeita dentro das condições enunciadas. Consulte o apêndice B do livro-texto.

(b) Na eletrostática, veremos que o campo elétrico satisfaz as equações $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \rho(\vec{r})/\epsilon_0$ e $\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$. Utilizando o resultado acima, expresse $\vec{E}$ em termos de uma integral envolvendo a densidade volumétrica de carga ρ . O resultado lhe é familiar?